1. ZH

A matematika alapjai 1. ZH

2022 november 2

M1.1 Legyen $S = \{1, 2, \ldots, 6\}$. Legyen $P(A)$ akkor és csak akkor igaz S egy A részhalmazára, ha $A \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$ igaz, $Q(A)$ pedig akkor és csak akkor ha $A \neq \emptyset$.
(a) Határozza meg az összes $A \in 2^S$-t melyekre $P(A) \wedge Q(A)$ teljesül
(b) Határozza meg az összes $A \in 2^S$-t melyekre $P(A) \vee \neg Q(A)$ teljesül
(c) Határozza meg az összes $A \in 2^S$-t melyekre $(\neg P(A)) \wedge (\neg Q(A))$ teljesül

M1.2 Legyen S_5 az öt elem fölötti permutációk csoportja.
(a) Hány eleme van ennek a csoportnak?
(b) Van-e ötödrendű eleme, és ha igen, hány darab?
(c) Van-e hatodrendű eleme, és ha igen, hány darab?
(d) Van-e hetedrendű eleme, és ha igen, hány darab?
(e) Van-e nyolcadrendű eleme, és ha igen, hány darab?
(f) Van-e ötödrendű részcsoportja?
(g) Van-e hatodrendű részcsoportja?
(h) Van-e hetedrendű részcsoportja?
(i) Van-e nyolcadrendű részcsoportja?

M1.3 Legyen $S = \{8, 12, 20, 24\}$. Bizonyítsa be, hogy ha $\{x, y\}$ S-nek kételemű részhalmaza, akkor vagy $x + y = 8k$ valamely páros k egészre vagy $x + y = 4l$ valamely páratlan l egészre.

M1.4 Legyen $\mathcal{F}$ az $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények osztálya. Két függvény f és g álljon R relációban csakkor ha $\exists C$ konstans amivel $f(x) = g(x) + C$ minden $x \in \mathbb{R}$-re fennáll. (a) Igazoljuk, hogy R ekvivalenciareláció. (b) Legyen $f \in \mathcal{F}$ olyan, hogy a deriváltja f' létezik minden $x \in \mathbb{R}$ -re. Használjuk ezt az információt arra, hogy leírjuk az $[f]$ ekvivalenciaosztály elemeit.