

# A MATEMATIKA ALAPJAI, 5. ELŐADÁS

Kornai András

BMETE91AM35 2022-23 Őszi Félév

# SZOLIDARITÁSI NYILATKOZAT

A közoktatásban dolgozó pedagógusok kollégáink és szövetségeseink. Mi azt a munkát folytatjuk az egyetemen, amelyet ők elkezdtek az iskolában.

Ha a pedagógusok helyzetét ellehetetlenítik, a közoktatás teljesítményétől függő összes ágazat helyzetét lehetetlenítik el. Ha a pedagógusokat retorzió éri azért, mert polgári engedetlenség formájában tiltakoztak a közoktatási szférában uralkodó állapotok ellen, mindenkit retorzió ér.

Ezért támogatom a pedagógusok október 5-re meghirdetett tiltakozóakcióit, és követelem, hogy a Belső-Pesti Tankerületi Központ vonja vissza a Kölcsey Ferenc Gimnázium érintett oktatóinak elbocsátására vonatkozó döntését.

MA ESTE 7-KOR

VÉGE AZ ENGEDELMESSÉGNEK!

# SZOLIDARITÁSI KONCERT ÉS TÜNTETÉS 2.0

A PEDAGÓGUSAINKÉRT ÉS A SZABADSÁGÉRT!

"TANÍTANI AKARUNK, DE NEM  
MINDEGY, HOGYAN!"

**OKTÓBER 5. 19:00 - BUDAPEST, KOSSUTH TÉR**



TANÍTANÉK!



X

# NA JÓ, DE MI KÖZE ENNEK A MATEMATIKA ALAPJAIHOZ?

- 1 Egy érvelés helyességét a logika módszereivel igazolhatjuk
- 2 Mi azt a munkát folytatjuk az egyetemen, amelyet ők elkezdtek az iskolában – ez nyilván igaz
- 3 A modern társadalomban egyre fontosabb a tudás-alapú munka
- 4 Ha a munkát hatékonytalanul végzik, a társadalom kevesebb értéket termel, mindenki szegényebb lesz
- 5 A kevesebbet tudó kevésbé tud hatékonyan dolgozni
- 6 A tudáshoz tanulás is kell
- 7 A tanláshoz tanár is kell
- 8 „In 2020, Luxembourg had the highest annual starting salaries for upper level of secondary teachers in Europe, at 78,681 U.S. dollars, whereas the lowest average annual salaries for this category of teachers were recorded in Hungary, at 15,813 dollars.” <https://www.statista.com/statistics/1094059/middle-teacher-salaries-in-europe/>

# BINÁRIS RELÁCIÓK FŐBB TÍPUSAI

- 1 A reflexív, szimmetrikus, és tranzitív relációkat **ekvivalenciareláció**nak hívjuk
- 2 A reflexív, antiszimmetrikus, és tranzitív relációkat **rendezés**nek hívjuk
- 3 Minden ekvivalencia-reláció megfelel egy partciónak és viszont
- 4 CPZ 9.1-4, 8,10,12,...,22
- 5 HF beadandó minden szombat este 6-ig! HFnn\_NEPTUN.pdf

# A FÜGGVÉNYEK MINT RELÁCIÓK

- Minden függvény reláció, de fordítva nem igaz
- A függvény kimenete egyértelmű: egy  $F$  reláció függvény csak akkor  $aFb \wedge aFc \Rightarrow b = c$
- Tárgytér/képtér, értelmezési tartomány/értékkészlet. A függvényt nem szoktuk infix formában írni,  $30^\circ \cos \sqrt{3}/2$  helyett azt írjuk, hogy  $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$
- CPZ 10 a függvényekről szól, az egész fejezet **HF elolvasni A ZH-ban a CPZ Ch 1, 9, 10 stb-hez hasonló feladatok lesznek**
- A függvénykompozíció ugyanaz, mint a relációk kompozíciója: ha  $f : A \rightarrow B$  és  $g : B \rightarrow C$  akkor  $g \circ f : A \rightarrow C$
- Terminológia lazaság: megengedjük, hogy egy függvény ne legyen mindenütt definiálva. Pl. a  $\sqrt{\cdot}$ -t  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ -nek tekintjük, bár a *természetes tartománya* csak  $\mathbb{R}_0^+$
- A  $\sqrt{\cdot}$  definíciója azért is trükkös, mert nem unikus (ha nem vigyázunk)

# A LEGFONTOSABB

## FÜGGVÉNY-TULAJDONSÁGOK

- 1 Injektív: különböző  $x$ -ekhez különböző  $y$ -okat rendel:  
 $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$
- 2 Szürjektív: képtér = értékkészlet (képtér  $\supset$  értékkészlet definíció szerint igaz)
- 3 Bijektív: Injektív és szürjektív
- 4 **Tétel:** egy  $f$  függvény *invertálható*  $\Leftrightarrow$  ha *bijektív*
- 5 **Bizonyítás:** Be kell a  $\Rightarrow$  és a  $\Leftarrow$  irányokat bizonyítani. A  $\Rightarrow$ -hoz azt kell igazolni, hogy a bijektivitáshoz szükséges két tulajdonság következik az invertálhatóságból A  $\Leftarrow$ -hoz meg kell konstruálni a bijektív függvény inverzét
- 6 ( $\Rightarrow$ ) Mit tudunk? Mit kell igazolni?
- 7 ( $\Leftarrow$ ) Mit tudunk? Mit kell igazolni?
- 8 CPZ Ex 10.18
- 9 Homework [CPZ 9.78-9.80](#); [10.1-10.9](#)

# A FÜGGVÉNYEK FŐBB FAJTÁI

- Functions are *defined* or *given* by their graphs, which are the set of (input, output) pairs. But we often think of functions as little machines that take some input and produce some output
- The input may be of different type than the output. Examples: distance travelled as a function of time; temperature as a function of space; force of gravity as a function of masses and distance, ...
- **Multivariate** functions don't depend on a single variable but several. For example, current is a function of both voltage and resistance (Ohm's Law)
- **Vector-valued** sometimes functions produce a  $k$ -tuple of values simultaneously. For example, at any given point in space gravity has both a magnitude and a direction (total of four numbers)
- These can happen at the same time: functions from  $n$ -tuples to  $k$ -tuples are often used



# SOKFÉLE FÜGGVÉNY VAN

- The central types are **numerical functions** from numbers to numbers. You will be seeing a lot of examples of *arithmetic* functions: domain  $\mathbb{N}$  but range can be  $\mathbb{R}$  or even  $\mathbb{C}$
- Also very frequent are **real functions** with domain and range  $\mathbb{R}$
- You will love **complex functions** with domain and range  $\mathbb{C}$
- **Functionals** are functions whose domain are functions, and range is typically  $\mathbb{R}$  or  $\mathbb{C}$
- **Operators** are functions from functions to functions
- All of these are heavily used in physics/engineering
- But there is more! Not all functions involve numbers, for example the truth function maps formulas onto the set  $\{\text{true}, \text{false}\}$
- We will also have a lot to say about **operations** in algebra