Lineáris algebra

1.Feladatsor

1.Hányféle zászló készíthető piros fehér és zöld színekből, ha egy szín csak egyszer szerepelhet és a zászló színezése három egyenlő szélességű vízszintes sávban történik?

2.Hányféle lehet egy n fős futóverseny első 3 helyezése?

3.Hány k elemű részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

4.Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

5.Bizonyítsuk be, hogy $2^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$.

6. Bizonyítsuk be, hogy $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.

7.Bizonyítsuk be, hogy
a) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.
b) $\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} = \binom{n}{k}$.

8.a) n ember között k db egyforma tárgyat hányféleképp oszthatunk ki, hogy mindenki kapjon legalább egyet?
b)n ember között k db egyforma tárgyat hányféleképp oszthatunk ki, ha nem feltétlenül kap mindenki legalább egyet?

9. Bizonyítsuk be a polinomiális tételt:

$$(a_1 + ... + a_k)^n = \sum_{i_1+...+i_k=n} n!/i_1!...i_k!a_1^{i_1}...a_k^{i_k}.$$

10. Bizonyísuk be teljes indukcióval, hogy
a) $1 + 3 + ... + 2n - 1 = n^2$!
b) $\sum_{k=1}^{n} (2k-1)^2 = n(4n^2 - 1)/3$.

11.a) Bizonyísuk be, hogy az $F = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in Q\}$ halmaz test!
b) Bizonyítsuk be, hogy az $\{0, 1, 2, ..., p-1\}$ halmaz elemei testet alkotnak, ha p prímszám, és a szorzást és az összeadást úgy értelmezzük, mint Z-ben, csak vesszük az eredmény p-vel való osztási maradékát!

12.Adjuk meg az alábbi komplex számok algebrai alakját!
a) $(3-4i)(7+8i)$
b) $(3-4i)/(2-i)$
c) i^{1994}
d) $(1+i)^9$

13.Mi a mértani helye a síkon azoknak a pontoknak, amelyeknek megfelelő z komplex számokra:
a)$|z - 5 + i| = 2$
b)$|z - i| = |z + i|$
c)$|(z - 3 + 4i)/(z - i)| \geq 1$
d)$|z| = 3iz$
e)$z + \overline{z} < 4$
f)$2z + 5 = 2\overline{z}$